

Διαγώνισμα στα μαθηματικά Γ' Γυμνασίου

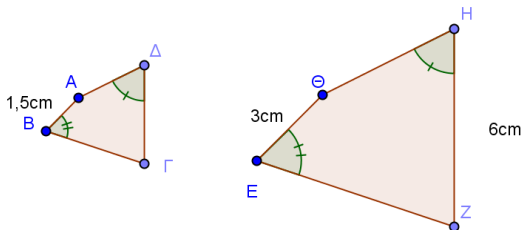
ΘΕΜΑ 1^ο

- i. Τι ονομάζεται πολυώνυμο και ποιος είναι ο βαθμός του; (μονάδες 3)
- ii. Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή. (μονάδες 2)

ΘΕΜΑ 2^ο

Τα τετράπλευρα ABΓΔ και ΘΕΖΗ είναι όμοια. Να συμπληρώσετε τις προτάσεις, ώστε να είναι αληθείς:

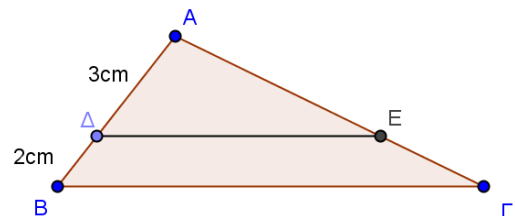
- i. Ο λόγος ομοιότητας του ABΓΔ προς το ΘΕΖΗ είναι
- ii. Ο λόγος ομοιότητας του ΘΕΖΗ προς το ABΓΔ είναι
- iii. Η πλευρά ΔΓ είναι ίση με cm.
- iv. Ο λόγος της περιμέτρου του ABΓΔ προς την περίμετρο του ΘΗΖΕ είναι ίσος.....
- v. Ο λόγος του εμβαδού του ΘΗΖΕ προς το εμβαδόν του ABΓΔ είναι ίσος με



(μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 3^ο

A. Στο παρακάτω σχήμα ισχύει ότι ΔΕ // ΒΓ.
 Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ
 ως προς την ομοιότητά τους και
 να υπολογίσετε το λόγο
 των περιμέτρων τους και τον λόγο των εμβαδών τους.
 (μονάδες 3)



B. Να απλοποιήσετε την παράσταση: $A = \frac{4x^2 - 4xy + y^2}{xy^2 - 4x^3}$ (μονάδες 2)

ΘΕΜΑ 4^ο

- i. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$ (μονάδα 1)
- ii. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = 8x^3 + \frac{27}{x^3}$, αν $2x + \frac{3}{x} = 4$ (μονάδες 2)
- iii. Να απλοποιήσετε την παράσταση: $A = \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^2 - 3x + 2}$ (μονάδες 2)

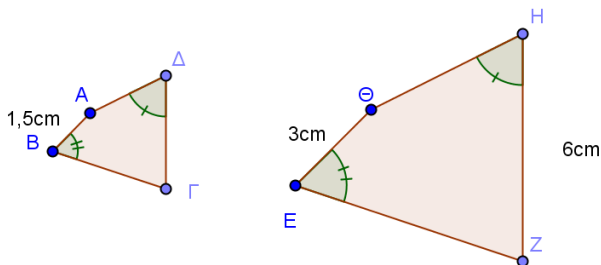
Διαγώνισμα στα μαθηματικά Γ Γυμνασίου

Ενδεικτικές λύσεις...

ΘΕΜΑ 2^ο

Τα τετράπλευρα ΑΒΓΔ και ΘΕΖΗ είναι όμοια. Να συμπληρώσετε τις προτάσεις, ώστε να είναι αληθείς:

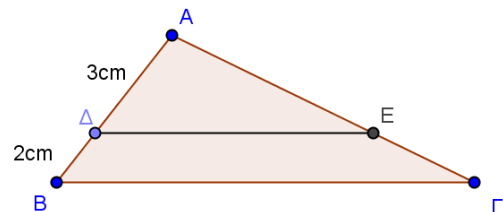
- i. Ο λόγος ομοιότητας του ΑΒΓΔ προς το ΘΕΖΗ είναι 0,5.
- ii. Ο λόγος ομοιότητας του ΘΕΖΗ προς το ΑΒΓΔ είναι 2.
- iii. Η πλευρά ΔΓ είναι ίση με 3cm.
- iv. Ο λόγος της περιμέτρου του ΑΒΓΔ προς την περίμετρο του ΘΗΖΕ είναι ίσος με τον λόγο ομοιότητάς τους, 0.5.
- v. Ο λόγος του εμβαδού του ΘΗΖΕ προς το εμβαδόν του ΑΒΓΔ είναι ίσος με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητάς τους, 4.



(μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 3^ο

Α. Στο παρακάτω σχήμα ισχύει ότι ΔΕ // ΒΓ.
Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ
ως προς την ομοιότητά τους και
να υπολογίσετε το λόγο
των περιμέτρων τους και τον λόγο των εμβαδών τους.
(μονάδες 3)



Αφού ΔΕ // ΒΓ οι γωνίες $\hat{A}\Delta E = \hat{A}\Gamma B$ ως εντός εκτός κι επί τα αυτά των ΔΕ//ΒΓ με τέμνουσα την ΑΒ. Οι γωνίες $\hat{A}\Delta E = \hat{A}\Gamma B$ ως εντός εκτός κι επί τα αυτά των ΔΕ//ΒΓ με τέμνουσα την ΑΓ.

Τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $\frac{AD}{AB} = \frac{3}{5}$

Ο λόγος των περιμέτρων τους είναι ίσος με τον λόγο ομοιότητάς τους.

Ενώ ο λόγος των εμβαδών τους:

$$\frac{(A\Delta E)}{(A\Gamma B)} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

B. Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$A = \frac{4x^2 - 4xy + y^2}{xy^2 - 4x^3} = \frac{(2x - y)^2}{x(y^2 - 4x^2)} =$$

$$= \frac{(2x - y)^2}{x(y - 2x)(y + 2x)} = \frac{(y - 2x)^2}{x(y - 2x)(y + 2x)} = \frac{y - 2x}{x(y + 2x)}$$

(μονάδες 2)

ΘΕΜΑ 4^ο

i. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3 - 3\alpha^2\beta - 3\alpha\beta^2 =$$

$$= \alpha^3 - \beta^3$$

(μονάδα 1)

ii. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = 8x^3 + \frac{27}{x^3}$, αν

$$\left(2x + \frac{3}{x}\right)^3 = 4^3$$

$$(2x)^3 + 3(2x)^2 \cdot \frac{3}{x} + 3 \cdot 2x \cdot \left(\frac{3}{x}\right)^2 + \left(\frac{3}{x}\right)^3 = 64$$

$$8x^3 + \frac{27}{x^3} + 36x + \frac{54}{x} = 64$$

$$A + 18\left(2x + \frac{3}{x}\right) = 64$$

$$A + 18 \cdot 4 = 64$$

$$A = 9$$

(μονάδες 2)

iii. Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$A = \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^2 - 3x + 2} = \frac{(x^2 - 4)(x^2 - 1)}{(x - 2)(x - 1)} = (x + 2)(x + 1),$$

$$x \neq 2 \ \& \ x \neq 1$$

υπόδειξη:

$$x^4 - 5x^2 + 4 = y^2 - 5y + 4 = (y - 4)(y - 1) = (x^2 - 4) \cdot (x^2 - 1)$$

Και παραγοντοποιούμε το τριώνυμο ως προς y και στη συνέχεια δεν ξεχνάμε να αντικαταστήσουμε το y με το x^2 .

(μονάδες 2)