

Θέματα σε όλη την ύλη για την Α΄ Γυμνασίου στα Μαθηματικά

## ΘΕΩΡΙΑ

### ΘΕΜΑ ΘΕΩΡΙΑΣ 1<sup>ο</sup>

- i. Τι ονομάζεται μεσοκάθετος ενός ευθύγραμμου τμήματος AB; Να γίνει κατασκευή με κανόνα και διαβήτη. (μονάδες 2)
- ii. Τι ονομάζεται απόλυτη τιμή ενός αριθμού  $a$ ; (μονάδα 1)
- iii. Να γράψετε την ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης, να ονομάσετε τα σύμβολα και να πείτε τους περιορισμούς που απαιτούνται. (μονάδα 1)
- iv. Ποιες γωνίες ονομάζονται κατακορυφήν και ποιες ονομάζονται παραπληρωματικές; Να κάνετε σχήμα για κάθε μία περίπτωση. (μονάδες 2)
- v. Πότε ένα κλάσμα ονομάζεται ανάγωγο; (μονάδα 1)

### ΘΕΜΑ ΘΕΩΡΙΑΣ 2<sup>ο</sup>

- i. Ποιες γωνίες ονομάζονται εφεξής και ποιες ονομάζονται συμπληρωματικές; Να κάνετε σχήμα για κάθε μία περίπτωση. (μονάδα 1)
- ii. Ποια είναι τα δευτερεύοντα στοιχεία ενός τριγώνου; Να ορίσετε ένα από αυτά και να το σχεδιάσετε (όχι κατασκευή) σε ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο. (μονάδες 1,5)
- iii. Ποια είναι τα είδη των τριγώνων σύμφωνα με τις πλευρές τους; Περιγράψετε τα βασικά χαρακτηριστικά τους. (μονάδες 1,5)
- iv. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται αντίθετοι; Ποιοι αριθμοί ονομάζονται αντίστροφοι; (μονάδα 1)
- v. Ποιοι αριθμοί λέγονται πρώτοι; Ποιοι αριθμοί λέγονται πρώτοι μεταξύ τους; (μονάδες 2)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

**ΘΕΜΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 1<sup>ο</sup>**

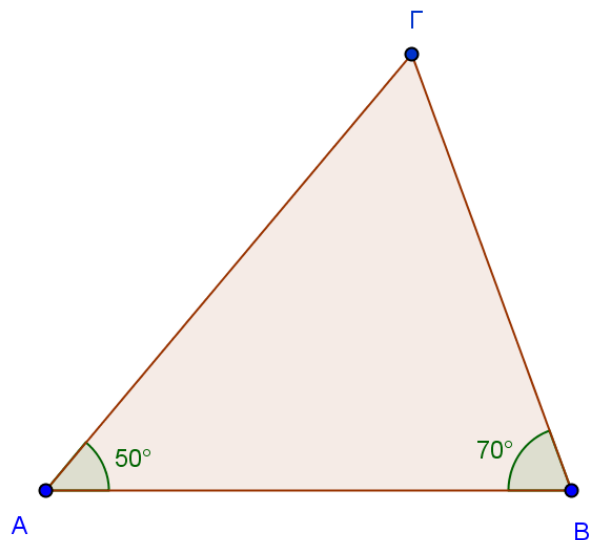
Δίνεται το παρακάτω τρίγωνο  $AB\Gamma$ , με  $\hat{\Gamma}A\hat{B} = 50^\circ$  και  $\hat{\Gamma}B\hat{A} = 70^\circ$ .

- i. Να υπολογίσετε την τρίτη γωνία του τριγώνου  $AB\Gamma$ .  
(μονάδα 1)
- ii. Να κατασκευάσετε με κανόνα και διαβήτη τη διχοτόμο της γωνίας  $\hat{\Gamma}A\hat{B}$  και να ονομάσετε  $\Delta$  το σημείο τομής της προηγούμενης διχοτόμου με την πλευρά  $B\Gamma$ .  
(μονάδα 1)
- iii. Να σχεδιάσετε μία ευθεία ( $\varepsilon$ ), που να διέρχεται από την κορυφή  $\Gamma$  του τριγώνου και να είναι παράλληλη προς τη διχοτόμο  $A\Delta$ .  
(μονάδα 0,5)
- iv. Ονομάζω  $E$  το σημείο που η παραπάνω ευθεία ( $\varepsilon$ ) τέμνει την προέκταση της πλευράς  $BA$  του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών:  $\hat{A}\hat{\Gamma}E$ ,  $\hat{\Gamma}E\hat{A}$  και  $\hat{A}\hat{\Delta}B$ , με πλήρη αιτιολόγηση.

Τι είδους τρίγωνο είναι το  $E\Gamma A$  ως προς τις πλευρές και ως προς τις γωνίες ; (αιτιολόγηση)

(μονάδες 3,5)



**ΘΕΜΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 2<sup>ο</sup>**

A.

Κάνοντας τις πράξεις να δείξετε ότι η τιμή της παρακάτω παράστασης είναι:  $A = \frac{1}{9}$

$$A = \frac{1 - \frac{3}{4}}{\left(\frac{3}{4}\right)^2} + \frac{2}{27} \cdot \left[ 2 - \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right) + 3 \cdot \frac{4}{9} - 2^3 \right]$$

(μονάδες 3)

B.

Να βρεθεί ο άγνωστος  $x$  στην παρακάτω εξίσωση, ( $A$  είναι η τιμή που βρήκατε στο πρώτο ερώτημα ( $A$ )).

$$\left( A - \frac{1}{A} \right) \cdot x = 8\frac{8}{9}$$

(μονάδα 1)

Γ.

Για να γίνει ένα έργο δούλεψαν τρεις εργάτες. Ο πρώτος δούλεψε για 2 ημέρες επί 10 ώρες την κάθε ημέρα, ο δεύτερος δούλεψε για 4 ημέρες επί 9 ώρες την κάθε ημέρα και ο τρίτος δούλεψε για 5 ημέρες επί 8 ώρες την κάθε ημέρα.

Τα χρήματα που πήραν συνολικά ήταν 480 ευρώ.

Πόσα χρήματα θα πάρει ο καθένας, αν τα μοιραστούν ανάλογα με τις ώρες εργασίας στο έργο;

(κάθε ώρα εργασίας κάθε εργάτη έχει το ίδιο κόστος)

(μονάδες 2,5)

**ΘΕΜΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 3<sup>ο</sup>**

A.

- i. Να αναλύσετε τους παρακάτω αριθμούς 240, 504 και 300 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.  
(μονάδες 1,5)
- ii. Στη συνέχεια να βρεθεί το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο και ο Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης τους.  
(μονάδες 1,5)

B.

Αγοράζουμε ένα φορητό ηλεκτρονικό υπολογιστή, ο οποίος κοστίζει 650 ευρώ χωρίς να συμπεριλαμβάνεται σε αυτή την τιμή ο Φ.Π.Α που είναι 25%. Το κατάστημα μάς κάνει έκπτωση 30% στη τιμή χωρίς τον ΦΠΑ.

- i. Να βρεθεί η τιμή του Η/Υ χωρίς το ποσό του Φ.Π.Α.
- ii. Να βρεθεί η τελική τιμή του υπολογιστή μετά την έκπτωση αν σ' αυτή συμπεριλαμβάνεται και ο αντίστοιχος Φ.Π.Α που αντιστοιχεί στην νέα τιμή του Η/Υ (μετά την έκπτωση).
- iii. Να στρογγυλοποιήσετε την τελική τιμή του Η/Υ στο ψηφίο των μονάδων.
- iv. Δίνουμε 69 ευρώ προκαταβολή και τα υπόλοιπα σε 2 μηνιαίες δόσεις με τόκο 2% για κάθε μηνιαία δόση. Να βρεθεί το ποσό της κάθε δόσης.  
(μονάδες 3,5)

Θέματα σε όλη την ύλη για την Α΄ Γυμνασίου στα Μαθηματικά

Ενδεικτικές λύσεις στα θέματα των ασκήσεων...

**ΘΕΜΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 1<sup>ο</sup>**

Δίνεται το παρακάτω τρίγωνο ΑΒΓ, με  $\hat{\Gamma}\hat{A}B = 50^\circ$  και  $\hat{\Gamma}B\hat{A} = 70^\circ$ .

- i. Να υπολογίσετε την τρίτη γωνία του τριγώνου ΑΒΓ. (μονάδα 1)

$$\begin{aligned}\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} &= 180^\circ \\ \hat{\Gamma} &= 180^\circ - (\hat{B} + \hat{A}) \\ \hat{\Gamma} &= 180^\circ - (70^\circ + 50^\circ) \\ \hat{\Gamma} &= 60^\circ\end{aligned}$$

- ii. Να κατασκευάσετε με κανόνα και διαβήτη τη διχοτόμο της γωνίας  $\hat{\Gamma}\hat{A}B$  και να την ονομάσετε ΑΔ. (μονάδα 1)
- iii. Να σχεδιάσετε μία ευθεία ε, που να διέρχεται από την κορυφή Γ του τριγώνου και να είναι παράλληλη προς τη διχοτόμο ΑΔ. (μονάδα 0,5)
- iv. Να προεκτείνετε την ευθεία ε, ώστε να τέμνει την προέκταση της πλευράς ΒΑ του τριγώνου ΑΒΓ, στο σημείο Ε. (μονάδα 0,5)
- v. Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών:  $\hat{A}\hat{\Gamma}E$ ,  $\hat{\Gamma}\hat{E}A$  και  $\hat{A}\hat{\Delta}B$ , με πλήρη αιτιολόγηση. Τι είδους τρίγωνο είναι το ΕΓΑ; (αιτιολόγηση) (μονάδες 3,5)

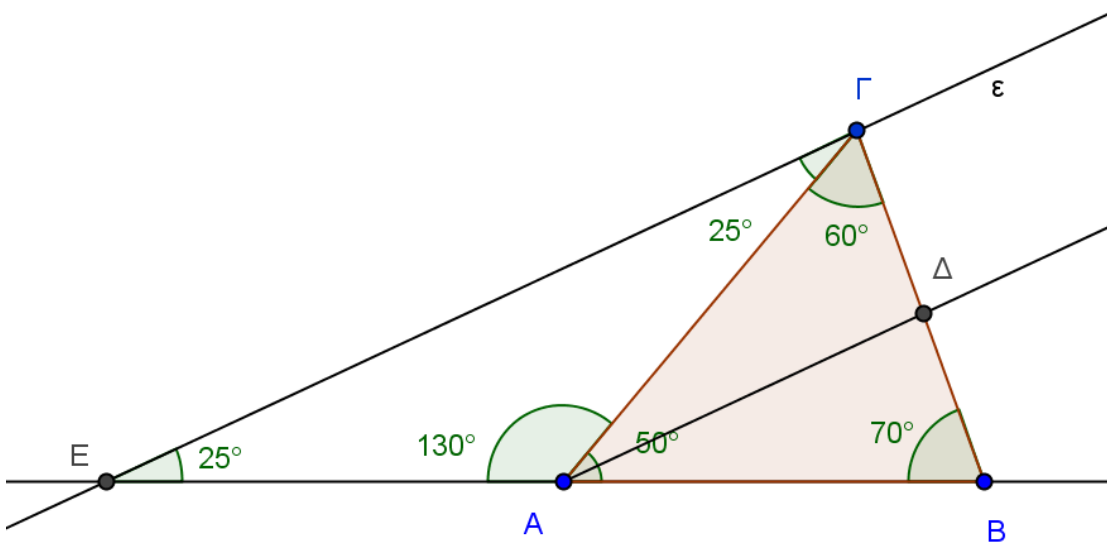
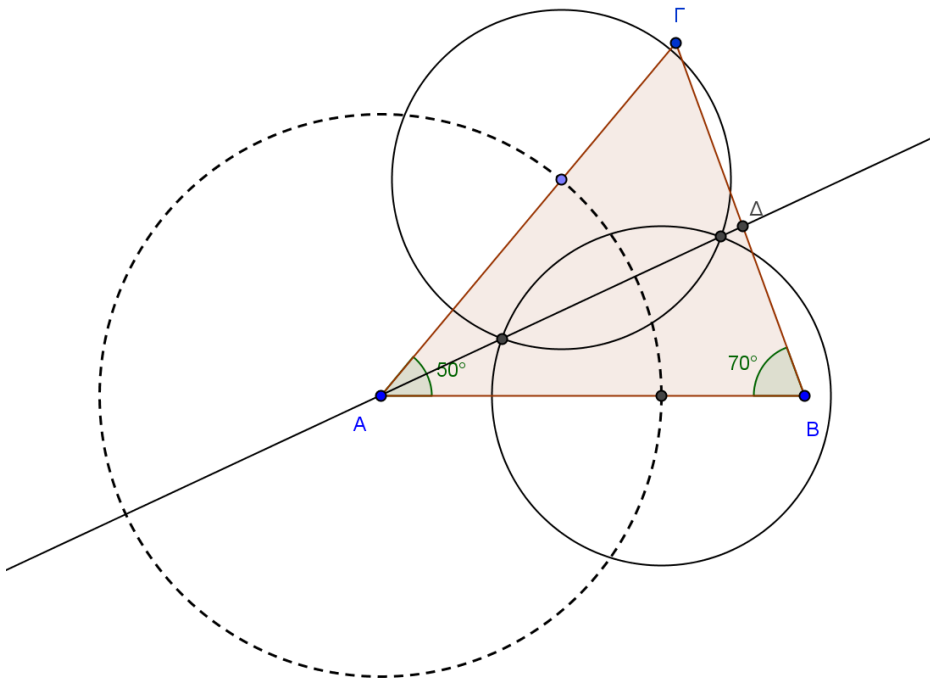
$$\hat{A}\hat{\Gamma}E = \hat{\Gamma}\hat{A}\hat{\Delta} = 25^\circ \text{ ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων } \varepsilon // \text{ΑΔ, τέμνουσα την ΑΓ}$$

$$\begin{aligned}\hat{\Gamma}\hat{E}A &= 180^\circ - (\hat{E}\hat{\Gamma}A + \hat{\Gamma}\hat{A}E) \\ &= 180^\circ - (25^\circ + 130^\circ) = 25^\circ \\ \text{διότι } \hat{\Gamma}\hat{A}E + \hat{\Gamma}\hat{A}B &= 180^\circ \\ \hat{\Gamma}\hat{A}E &= 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ\end{aligned}$$

$$\hat{A}\hat{\Delta}B = 180^\circ - (25^\circ + 70^\circ) = 85^\circ$$

Το τρίγωνο ΕΓΑ είναι ισοσκελές, διότι έχει δύο ίσες γωνίες 25 μοιρών και αμβλυγώνιο σε σχέση με τις γωνίες του.

Κατασκευή διχοτόμου γωνίας:



**ΘΕΜΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 2<sup>ο</sup>**

A.

Κάνοντας τις πράξεις να δείξετε ότι η τιμή της παρακάτω παράστασης είναι:  $A = \frac{1}{9}$

(μονάδες 3)

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1 - \frac{3}{4}}{\left(\frac{3}{4}\right)^2} + \frac{2}{27} \cdot \left[ 2 - \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right) + 3 \cdot \frac{4}{9} - 2^3 \right] = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{9}{16}} + \frac{2}{27} \cdot \left[ 2 - \left(\frac{-1}{6}\right) + \frac{12}{9} - 8 \right] = \\
 &= \frac{16}{4 \cdot 9} + \frac{2}{27} \cdot \left( 2 + \frac{1}{6} + \frac{4}{3} - 8 \right) = \frac{4}{9} + \frac{2}{27} \cdot \left( \frac{12}{6} + \frac{1}{6} + \frac{8}{6} - \frac{48}{6} \right) = \frac{4}{9} + \frac{2}{27} \cdot \left( \frac{21}{6} - \frac{48}{6} \right) = \\
 &= \frac{4}{9} + \frac{2}{27} \cdot \left( -\frac{27}{6} \right) = \frac{4}{9} - \frac{2 \cdot 27}{27 \cdot 6} = \frac{4}{9} - \frac{2}{6} = \frac{4}{9} - \frac{1}{3} = \frac{4}{9} - \frac{3}{9} = \frac{1}{9}
 \end{aligned}$$

B.

Να βρεθεί ο άγνωστος  $x$  στην παρακάτω εξίσωση, αν όπου  $A$  είναι η τιμή του πρώτου ερωτήματος A. (μονάδα 1)

$$\begin{aligned}
 \left( A - \frac{1}{A} \right) \cdot x &= 8 \frac{8}{9} \Leftrightarrow \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{\frac{1}{9}} \right) \cdot x = \frac{80}{9} \Leftrightarrow \left( \frac{1}{9} - 9 \right) \cdot x = \frac{80}{9} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \left( \frac{1}{9} - \frac{81}{9} \right) \cdot x &= \frac{80}{9} \Leftrightarrow \left( -\frac{80}{9} \right) \cdot x = \frac{80}{9} \Leftrightarrow x = -1
 \end{aligned}$$

(μονάδα 1)

Γ.

Για να γίνει ένα έργο δούλεψαν τρεις εργάτες. Ο πρώτος δούλεψε για 2 ημέρες επί 10 ώρες την κάθε ημέρα, ο δεύτερος δούλεψε για 4 ημέρες επί 9 ώρες την κάθε ημέρα και ο τρίτος δούλεψε για 5 ημέρες επί 8 ώρες την κάθε ημέρα. Τα χρήματα που πήραν συνολικά ήταν 480 ευρώ. Πόσα χρήματα θα πάρει ο καθένας, αν τα μοιραστούν ανάλογα με τις ώρες εργασίας τους πάνω στο έργο; (μονάδες 2,5)

ΛΥΣΗ:

$$2\text{ημ.} \cdot 10\text{ώρες} = 20 \text{ ώρες}$$

$$4\text{ημ.} \cdot 9\text{ώρες} = 36 \text{ ώρες}$$

$$5\text{ημ.} \cdot 8\text{ώρες} = 40 \text{ ώρες}$$

$$20 + 36 + 40 = 96 \text{ ώρες για } 480 \text{ ευρώ}$$

$$480:96 = 5 \text{ ευρώ η ώρα}$$

$$\text{Άρα, ο πρώτος: } 20 \cdot 5 = 100 \text{ ευρώ}$$

$$\text{Ο } 2^{\text{ος}}: 36 \cdot 5 = 180 \text{ ευρώ}$$

$$\text{Ο } 3^{\text{ος}}: 40 \cdot 5 = 200 \text{ ευρώ}$$

### ΘΕΜΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 3<sup>ο</sup>

A.

- i. Να αναλύσετε τους παρακάτω αριθμούς 240, 504 και 300 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. (μονάδες 1,5)
- ii. Στη συνέχεια, να βρεθεί το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο και ο Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης τους. (μονάδες 1,5)

$$204 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$$

$$504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{Ε.Κ.Π.} = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 = 3.607$$

$$\text{Μ.Κ.Δ.} = 2^2 \cdot 3 = 12$$

B.

Αγοράζουμε ένα φορητό ηλεκτρονικό υπολογιστή, ο οποίος κοστίζει 650 ευρώ χωρίς Φ.Π.Α. Το κατάστημα μάς κάνει έκπτωση 30% στη τιμή χωρίς ΦΠΑ. Το ποσοστό του Φ.Π.Α. είναι 25%.

- i. Να βρεθεί η τιμή του Η/Υ χωρίς το ποσό του Φ.Π.Α.
- ii. Να βρεθεί η τελική τιμή του υπολογιστή, αν σ' αυτή συμπεριλαμβάνεται το ποσό του Φ.Π.Α επί της τιμής του Η/Υ με την έκπτωση.
- iii. Να στρογγυλοποιήσετε την τελική τιμή του Η/Υ στο ψηφίο των μονάδων.
- iv. Δίνουμε 69 ευρώ προκαταβολή και τα υπόλοιπα σε 2 μηνιαίες δόσεις με τόκο 2% η κάθε δόση. Να βρεθεί το ποσό της κάθε δόσης. (μονάδες 3,5)



$$650 \cdot \frac{30}{100} = 195 \text{ ευρώ}$$

$$650 - 195 = 455 \text{ ευρώ}$$

$$455 + \frac{25}{100} \cdot 455 = 455 + 113,75 = 568,75 \text{ ευρώ}$$

Τελική τιμή (στρογγυλοποιημένη): 569 ευρώ

500 ευρώ το ποσό για τις δόσεις

$500 : 2 = 250$  ευρώ η κάθε δόση

$$1^{\text{η}} \text{ Δόση: } 250 + \frac{2}{100} \cdot 500 = 250 + 10 = 260 \text{ ευρώ}$$

$$2^{\text{η}} \text{ Δόση: } 250 + \frac{2}{100} \cdot 250 = 250 + 5 = 255 \text{ ευρώ}$$