

Προτεινόμενα Θέματα (4) Γεωμετρία Γ΄ Γυμνασίου (κεφάλαιο 1^ο, 2^ο)

ΘΕΜΑ 1^ο

- i. Να αποδειχθεί ο Νόμος Ημιτόνων σε ένα τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ.
(μονάδες 3)
- ii. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες αιτιολογώντας την απάντησή σας: (μονάδες 2)
 - a. Αν $\eta\mu^2\omega = \frac{3}{4}$ τότε πρέπει $\sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{4}$
 - b. Για κάθε γωνία x ισχύει ότι: $\eta\mu x = \sigma\upsilon\nu x \cdot \epsilon\phi x$
 - c. Για κάθε γωνία ω ισχύει ότι: $\epsilon\phi(180^\circ - \omega) = \epsilon\phi\omega$
 - d. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση: $2\gamma\alpha\sigma\upsilon\nu B = -\beta^2 + \gamma^2 + \alpha^2$

ΘΕΜΑ 2^ο

- i. Να υπολογιστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της αμβλείας γωνίας ω , αν γνωρίζουμε ότι:
 $2\epsilon\phi\omega + 4 = 0$ (μονάδες 3)
- ii. Για ένα τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση: $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - \sqrt{2}\beta\gamma$. χρησιμοποιώντας αυτή τη σχέση και τη θεωρία σας να βρείτε το συνημίτονο της γωνίας Α, καθώς και τη γωνία Α.
(μονάδες 2)

ΘΕΜΑ 3^ο

- i. Να αιτιολογήσετε ότι σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = AG$ ισχύει η σχέση:
 $\eta\mu 2B = \eta\mu A$ (μονάδες 2)
- ii. Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα: $\frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1-\eta\mu\theta} + \frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1+\eta\mu\theta} = \frac{2}{\sigma\upsilon\nu\theta}$ (μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 4^ο

Να σχεδιάσετε ένα τυχαίο οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ και να φέρετε τη διάμεσο ΑΜ. Να αποδείξετε ότι ισχύει η εξής σχέση:

$$\gamma \cdot \eta\mu B = \beta \cdot \eta\mu \Gamma \quad (\text{μονάδες } 5)$$