

Προτεινόμενα Θέματα (3) Γεωμετρία Γ΄ Γυμνασίου (κεφάλαιο 1^ο, 2^ο)

ΘΕΜΑ 1^ο

- i. Να αποδειχθεί ο Νόμος Σνημιτόνων σε ένα τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ. (μία σχέση)
(μονάδες 3)
- ii. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες αιτιολογώντας την απάντησή σας: (μονάδες 2)
 - a. Αν $\eta\mu^2\omega = \frac{1}{2}$ τότε πρέπει $\sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{2}$
 - b. Για κάθε γωνία x ισχύει ότι: $\sigma\upsilon\nu x = \eta\mu x \cdot \epsilon\phi x$
 - c. Για κάθε γωνία ω ισχύει ότι: $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$
 - d. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση: $2\gamma\alpha\sigma\upsilon\nu\text{B} = \beta^2 - \gamma^2 - \alpha^2$

ΘΕΜΑ 2^ο

- i. Να υπολογιστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της αμβλείας γωνίας ω, αν γνωρίζουμε ότι:
 $2\epsilon\phi\omega + 3 = 0$ (μονάδες 3)
- ii. Για ένα τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση: $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - \beta\gamma$. χρησιμοποιώντας αυτή τη σχέση και τη θεωρία σας να βρείτε το σνημίτονο της γωνίας Α, καθώς και τη γωνία Α.

ΘΕΜΑ 3^ο

- i. Να αιτιολογήσετε ότι σε κάθε τετράπλευρο ΑΒΓΔ ισχύει η σχέση: $\eta\mu\frac{A+B}{2} = \eta\mu\frac{\Gamma+\Delta}{2}$
(μονάδες 2)
- ii. Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα: $\frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1+\eta\mu\theta} + \frac{1+\eta\mu\theta}{\sigma\upsilon\nu\theta} = \frac{2}{\sigma\upsilon\nu\theta}$ (μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 4^ο

Να σχεδιάσετε ένα τυχαίο οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ και να φέρετε τη διχοτόμο ΑΔ. Να αποδείξετε ότι ισχύει η εξής σχέση: (Θεώρημα εσωτερικής διχοτόμου τριγώνου)

$$\frac{B\Delta}{\Delta\Gamma} = \frac{AB}{A\Gamma} \quad (\text{μονάδες 5})$$