

ΤΙΤΛΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ	Β' Γυμνασίου	ΒΑΘΜΟΣ Α ΘΕΜΑΤΟΣ	ΒΑΘΜΟΣ Β ΘΕΜΑΤΟΣ	ΒΑΘΜΟΣ Γ ΘΕΜΑΤΟΣ	ΒΑΘΜΟΣ Δ ΘΕΜΑΤΟΣ
Ύλη Διαγωνίσματος	Εξισώσεις, Προβλήματα Εξισώσεων, Ανισώσεις, Ρίζες, Συναρτήσεις, Εμβαδά, Πυθαγόρειο Θεώρημα, Τριγωνομετρία				
		<b>ΤΕΛΙΚΟΣ ΒΑΘΜΟΣ :</b>			

### ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

#### Θέμα Α

- A.1** α) Ποιοι αριθμοί λέγονται ρητοί;  
 β) Ποιοι αριθμοί λέγονται άρρητοι;  
 γ) Ποιοι αριθμοί λέγονται πραγματικοί;  
 Σε κάθε περίπτωση να δώσετε και από δύο παραδείγματα.

#### Λύση

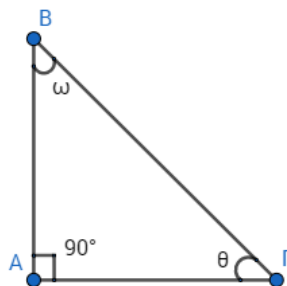
Θεωρία σχολικού βιβλίου.

- A.2** Να γράψετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες είναι λανθασμένες.  
 Δίνεται ότι  $\alpha, \beta \neq 0$  και  $\alpha, \beta > 0$ .

#### Λύση

$\sqrt{0} = 0$	Σ
$\sqrt{1} = 1$	Σ
$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = \sqrt{36}$	Σ
$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$	Σ
$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha + \beta}$	Λ
$\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha - \beta}$	Λ
$(\sqrt{\alpha})^2 = \alpha$	Σ

- A.3** Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά με βάση το παρακάτω σχήμα.



#### Λύση

- α) Η απέναντι πλευρά της γωνίας  $\omega$  είναι η **ΑΓ**  
 β) Η πλευρά ΑΓ είναι προσκείμενη πλευρά της οξείας γωνίας  $\theta$

- γ) Η πλευρά AB είναι η **απέναντι** πλευρά της γωνίας θ.  
 δ) Η προσκείμενη κάθετη πλευρά της γωνίας ω είναι η **AB**  
 ε)  $\epsilon\phi\omega = \frac{AB}{AG}$   
 στ)  $\epsilon\phi\theta = \frac{AB}{AG}$

## Θέμα Β

**B.1** Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

$$\alpha) \frac{4-x}{2} - \frac{2x-2}{3} = \frac{x+12}{2} + \frac{x}{3}$$

$$\beta) \frac{x+1}{2} - \frac{2x-4}{6} = \frac{2x-1}{3}$$

$$\gamma) \frac{x+2}{5} - \frac{x-3}{10} = \frac{x-2}{2}$$

Λύση

α)

$$\begin{aligned} \frac{4-x}{2} - \frac{2x-2}{3} &= \frac{x+12}{2} + \frac{x}{3} \\ 6 \frac{4-x}{2} - 6 \frac{2x-2}{3} &= 6 \frac{x+12}{2} + 6 \frac{x}{3} \\ 3(4-x) - 2(2x-2) &= 3(x+12) + 2x \\ 12 - 3x - 4x + 4 &= 3x + 36 + 2x \\ -3x - 2x - 3x - 4x &= 36 - 4 - 12 \\ -6x - 6x &= 20 \\ -12x &= 20 \\ x &= -\frac{20}{12} \\ x &= -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

β)

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{2} - \frac{2x-4}{6} &= \frac{2x-1}{3} \\ 6 \frac{x+1}{2} - 6 \frac{2x-4}{6} &= 6 \frac{2x-1}{3} \\ 3(x+1) - (2x-4) &= 2(2x-1) \\ 3x+3 - 2x+4 &= 4x-2 \\ 3x-2x-4x &= -2-3-4 \\ -3x &= -9 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

γ)

$$\frac{x+2}{5} - \frac{x-3}{10} = \frac{x-2}{2}$$

$$10 \frac{x+2}{5} - 10 \frac{x-3}{10} = 10 \frac{x-2}{2}$$

$$2(x+2) - (x-3) = 5(x-2)$$

$$2x+4 - x+3 = 5x-10$$

$$2x - x - 5x = -10 - 4 - 3$$

$$-4x = -17$$

$$x = \frac{-17}{-4}$$

$$x = \frac{17}{4}$$

- B.2** Μία ομάδα κυνηγών μαζί με τα σκυλιά τους είναι 12. Τα πόδια τους είναι 38. Πόσοι είναι οι κυνηγοί και πόσα τα σκυλιά;

#### Λύση

Έστω ότι οι κυνηγοί είναι  $x$ . Άρα τα σκυλιά τους είναι  $12-x$ . Ξέρουμε ότι οι κυνηγοί έχουν 2 πόδια και τα σκυλιά από 4.

Άρα έχουμε :

$$2x + 4(12 - x) = 38$$

$$2x + 48 - 4x = 38$$

$$-2x = 38 - 48$$

Άρα οι κυνηγοί είναι 5. Και τα σκυλιά  $12-5=7$ .

$$-2x = -10$$

$$x = 5$$

Επαλήθευση:

$$5 \cdot 2 = 10$$

$$\text{και } 7 \cdot 4 = 28$$

$$\text{άρα σύνολο } 38 + 10 = 38 \text{ πόδια}$$

**B.3** Να βρείτε την τιμή της παρακάτω παράστασης.

$$\sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{16}}}} - \sqrt{140 + 2 \cdot \sqrt{4}}$$

**Λύση**

$$\begin{aligned} & \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{16}}}} - \sqrt{140 + 2 \cdot \sqrt{4}} = \\ & \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + 4}}} - \sqrt{140 + 2 \cdot 2} = \\ & \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{16}}} - \sqrt{140 + 4} = \\ & \sqrt{12 + \sqrt{12 + 4}} - \sqrt{144} = \\ & \sqrt{12 + \sqrt{16}} - 12 = \\ & \sqrt{12 + 4} - 12 = \\ & \sqrt{16} - 12 = \\ & 4 - 12 = \\ & -8 \end{aligned}$$

**B.4** Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς  $x$  που ικανοποιούν τις παρακάτω εξισώσεις.

$$\begin{array}{lll} \text{i) } x^2 = 16 & \text{ii) } x^2 = 9 & \text{iii) } x^2 = \frac{121}{36} \\ \text{iv) } x^2 = 256 & \text{v) } 2x^2 + 6 = x^2 + 42 & \text{vi) } \frac{x^2 + 1}{2} = \frac{2x^2 - 11}{3} \end{array}$$

**Λύση**

$$\begin{aligned} \text{i) } & x = +4 \text{ ή } x = -4 \\ \text{ii) } & x = +3 \text{ ή } x = -3 \\ \text{iii) } & x = +\frac{11}{6} \text{ ή } x = -\frac{11}{6} \\ \text{iv) } & x^2 = 256 \text{ ή } x = \pm\sqrt{256} \text{ ή } x = \pm 16 \\ \text{v) } & \\ & 2x^2 + 6 = x^2 + 42 \\ & 2x^2 - x^2 = -6 + 42 \\ & x^2 = 36 \\ & x = \pm\sqrt{36} \\ & x = \pm 6 \end{aligned}$$

vi)

$$\frac{x^2 + 1}{2} = \frac{2x^2 - 11}{3}$$

$$3(x^2 + 1) = 2(2x^2 - 11)$$

$$3x^2 + 3 = 4x^2 - 22$$

$$3x^2 - 4x^2 = -3 - 22$$

$$-x^2 = -25$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm 5$$

### Θέμα Γ

Γ.1 α) Οι μισθοί των υπαλλήλων μιας εταιρίας μειώνονται κατά 40 ευρώ ο καθένας. Η σχέση που εκφράζει το νέο μιστό  $y$  ως συνάρτηση του παλιού μισθού  $x$ , είναι:

Λύση

i)  $y=40-x$

ii)  $y=x - 40$

iii)  $y = \frac{x}{40}$

iv)  $y=0,4x$

β) Οι μισθοί των υπαλλήλων μιας εταιρίας μειώνονται κατά 30%. Η σχέση που εκφράζει το νέο μιστό  $y$  ως συνάρτηση του παλιού μισθού  $x$ , είναι:

Λύση

i)  $y=x - \frac{30}{100}x$

ii)  $y=x - 30$

iii)  $y= x - \frac{30}{100}x$

iv)  $y=0,60x$

γ) Δίνεται τετράγωνο πλευράς  $x$ . Η σχέση που εκφράζει την περίμετρο  $\Pi$  του τετραγώνου ως συνάρτηση της πλευράς του  $x$ , είναι:

Λύση

i)  $y=4x$

ii)  $y=x + 4$

iii)  $y=\frac{x}{4}$

iv)  $y=x^4$

Γ.2 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών των παρακάτω συναρτήσεων.

Λύση

i)  $y = 2x^2 - 3x + 2$

x	-4	-1	0	1	2
y	46	7	2	1	4

ii)  $y = 3x - (x + 2)$

x	-6	0	1/2	2	13
y	-14	-2	-1	2	24

iii)  $y = \frac{x}{3} + x$

x	-6	-4	0	1	2
y	-8	-16/3	0	4/3	8/3

**Θέμα Δ**

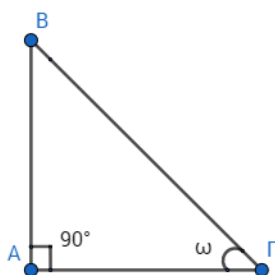
**Δ.1** Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα και το αντίστροφό του.

**Λύση**

Θεωρία σχολικού βιβλίου.

**Δ.2** Να γράψετε τους τύπους του ημιτόνου, συνημίτονου και της εφαπτομένης μιας οξείας γωνίας σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο. (Κάντε ένα δικό σας σχήμα, για την περιγραφή των τύπων.)

**Λύση**



$$\eta\mu\omega = \frac{AB}{BG}, \quad \sigma\upsilon\upsilon\eta\omega = \frac{AG}{BG}, \quad \epsilon\phi\omega = \frac{AB}{AG}$$

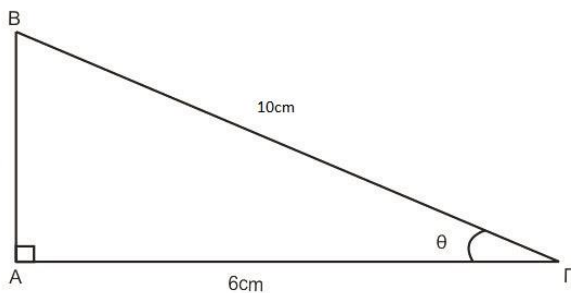
**Δ.3** Δίνεται το παρακάτω ορθογώνιο τρίγωνο  $\hat{A}B\Gamma$ , με  $\hat{A} = 90^\circ$ .

α) Να υπολογίσετε την πλευρά AB,

β) και για την οξεία γωνία θ να υπολογίσετε τους παρακάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς.

- i)  $\eta\mu\theta$       ii)  $\sigma\upsilon\upsilon\eta\theta$       iii)  $\epsilon\phi\theta$

γ) Να βρεθεί το εμβαδόν του ορθογώνιου τριγώνου και η περίμετρός του.



**Λύση**

$$B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2 \eta$$

$$10^2 = AB^2 + 6^2 \eta$$

$$100 = AB^2 + 36 \eta$$

$$AB^2 = 100 - 36 \eta$$

$$AB = \sqrt{64\eta}$$

$$AB = 8 \text{ cm}$$

$$\text{i) } \eta\mu\theta = \frac{AB}{B\Gamma} = \frac{8}{10} = 0,8,$$

$$\text{ii) } \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{A\Gamma}{B\Gamma} = \frac{6}{10} = 0,6,$$

$$\text{iii) } \varepsilon\phi\theta = \frac{AB}{A\Gamma} = \frac{8}{6}$$

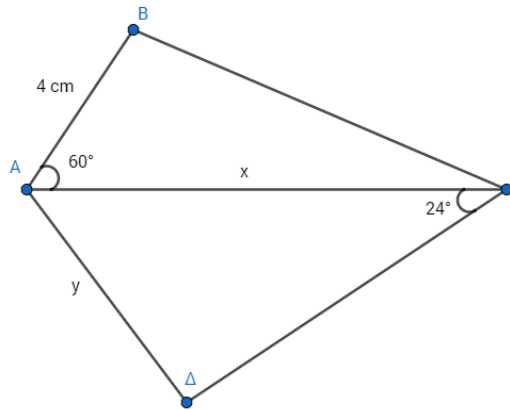
γ)

$$E = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = \frac{A\Gamma \cdot AB}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = \frac{48}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

$$\Pi = AB + A\Gamma + B\Gamma = 10 + 6 + 8 = 24 \text{ cm}$$

**Δ.4** α) Να υπολογίσετε το  $x$  και το  $y$  στο παρακάτω σχήμα, αν ξέρετε ότι η  $\hat{B} = 90^\circ$ , η  $\hat{\Delta} = 90^\circ$  και ότι η  $AB = 4 \text{ cm}$ .

β) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$ .



**Λύση**

α) Έχουμε ότι :

$$\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{AB}{A\Gamma}$$

$$\text{Άρα } \frac{AB}{A\Gamma} = \frac{1}{2} \text{ ή } 2AB = x \text{ ή } 2 \cdot 4 = x \text{ ή } x = 8 \text{ cm}$$

Και για να βρούμε το  $y$  έχουμε ότι :

$$\eta\mu 24^\circ = 0,40$$

$$\eta\mu \Gamma^\circ = \frac{A\Delta}{A\Gamma}$$

$$\text{Άρα } \frac{A\Delta}{A\Gamma} = 0,4 \text{ ή } \frac{A\Delta}{A\Gamma} = \frac{4}{10} \text{ ή } 10 \cdot y = 8 \cdot 0,4 \text{ ή } y = \frac{3,2}{10} \text{ ή } y = 0,32 \text{ cm}$$

β)

$$A\Gamma^2 = AB^2 + B\Gamma^2 \text{ ή}$$

$$8^2 = 4^2 + B\Gamma^2 \text{ ή}$$

$$64 = 16 + A\Gamma^2 \text{ ή}$$

$$A\Gamma^2 = 64 - 16 \text{ ή}$$

$$A\Gamma = \sqrt{48} \text{ ή}$$

$$A\Gamma = \sqrt{16 \cdot 3}$$

$$A\Gamma = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

Και άρα το Εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ είναι :

$$E = \frac{\beta \cdot \nu}{2} = \frac{A\Gamma \cdot AB}{2} = \frac{4\sqrt{3} \cdot 4}{2} = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

### **BONUS Θέμα**

Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις:

α)  $x+1 > 2$

β)  $-4x+36 > 2x$

γ)  $3x+1 > \frac{x}{2}+2$

δ) Ποιες είναι οι κοινές λύσεις των :

$$-2x > x+9 \text{ και } x+3 > -(x-13)$$

**Λύση**

α)  $x > 2-1$   
 $x > 1$

β)

$$-4x+36 > 2x$$

$$-4x-2x > -36$$

$$-6x > -36$$

$$x < \frac{36}{6}$$

$$x < 6$$

γ)



$$3x+1 > \frac{x}{2} + 2$$

$$6x+2 > x+4$$

$$6x-x > 4-2$$

$$5x > 2$$

$$x > \frac{2}{5}$$

δ)

$$-2x > x+9$$

$$-3x > 9$$

$$x < 3$$

και

$$x+3 > -(x-13)$$

$$x+3 > -x+13$$

$$2x > 10$$

$$x > 5$$

Άρα κοινές λύσεις έχουν οι ανισώσεις για  $x > 5$ .

Πολύτροπη Αρμονία